Liste L4eee

Kopie aus „ 5. Zählung möglicher Fixsudokus“ von A.Schönhage, August/Dezember 2008:
Daneben gibt es nur noch die 4 nachstehend explizit genannten Sudokus, die alle zu den f(u0,v0) = 64 Fixsudokus A beim ersten Paar gehören, und die erfüllen jeweils jedes der vier Gleichungssysteme (3*)- (6*).
Das zuerst genannte ist die normierte Version des auf Seite 4 meiner

page7_101

August-Note diskutierten "Urbeispiels", hier durch die Normierung nun aber in schönerer Gestalt, wie auch bei den anderen drei A's mit 3x3-Blöcken B = 123/456/789 und einfach ablesbaren C und D jeweils von der rechts abgebildeten Form, die natürlich zu entsprechenden theoretischen Studien anregt.

$$A = \begin{vmatrix} B & C & D \\ D & B & C \\ C & D & B \end{vmatrix}$$

```
------------------------------------------------------------

1 2 3  5 6 4  9 7 8          1 2 3  9 7 8  5 6 4
4 5 6  8 9 7  3 1 2          4 5 6  3 1 2  8 9 7
7 8 9  2 3 1  6 4 5          7 8 9  6 4 5  2 3 1

9 7 8  1 2 3  5 6 4          5 6 4  1 2 3  9 7 8
3 1 2  4 5 6  8 9 7          8 9 7  4 5 6  3 1 2
6 4 5  7 8 9  2 3 1          2 3 1  7 8 9  6 4 5

5 6 4  9 7 8  1 2 3          9 7 8  5 6 4  1 2 3
8 9 7  3 1 2  4 5 6          3 1 2  8 9 7  4 5 6
2 3 1  6 4 5  7 8 9          6 4 5  2 3 1  7 8 9
---------------------        ---------------------

1 2 3  8 9 7  6 4 5          1 2 3  6 4 5  8 9 7
4 5 6  2 3 1  9 7 8          4 5 6  9 7 8  2 3 1
7 8 9  5 6 4  3 1 2          7 8 9  3 1 2  5 6 4

6 4 5  1 2 3  8 9 7          8 9 7  1 2 3  6 4 5
9 7 8  4 5 6  2 3 1          2 3 1  4 5 6  9 7 8
3 1 2  7 8 9  5 6 4          5 6 4  7 8 9  3 1 2

8 9 7  6 4 5  1 2 3          6 4 5  8 9 7  1 2 3
2 3 1  9 7 8  4 5 6          9 7 8  2 3 1  4 5 6
5 6 4  3 1 2  7 8 9          3 1 2  5 6 4  7 8 9
```

Bei Einschränkung lokaler Operatoren von G_0 auf Blocks kann man die von Arnold Schönhage gefundenen e-normierten „Superfixe“ wie folgt notieren:

$$U_1 = \begin{pmatrix} e & r^{-1}\cdot s^{-1}e & r\cdot se \\ r\cdot se & e & r^{-1}\cdot s^{-1}e \\ r^{-1}\cdot s^{-1}e & r\cdot se & e \end{pmatrix},\ U_2 = \begin{pmatrix} e & r\cdot se & r^{-1}\cdot s^{-1}e \\ r^{-1}\cdot s^{-1}e & e & r\cdot se \\ r\cdot se & r^{-1}\cdot s^{-1}e & e \end{pmatrix},$$

$$U_3 = \begin{pmatrix} e & r\cdot s^{-1}e & r^{-1}\cdot se \\ r^{-1}\cdot se & e & r\cdot s^{-1}e \\ r\cdot s^{-1}e & r^{-1}\cdot se & e \end{pmatrix},\quad U_4 = \begin{pmatrix} e & r^{-1}\cdot se & r\cdot s^{-1}e \\ r\cdot s^{-1}e & e & r^{-1}\cdot se \\ r^{-1}\cdot se & r\cdot s^{-1}e & e \end{pmatrix}.$$

Zwischen den vier Superfixen gibt es folgende Abhängigkeiten:
$U_2 = R_1\cdot S_1(U_1)$, $U_3 = 1\cdot r\cdot r^{-1}\cdot 1\cdot s\cdot s^{-1}\cdot S_1(U_1)$, $U_4 = R_1\cdot S_1(U_3) = 1\cdot r^{-1}\cdot r\cdot 1\cdot s^{-1}\cdot s\cdot R_1(U_1)$
Die Fixgruppen dieser Superfixe, darin kurz $\mathbf{r} = r\cdot r\cdot r \in T(r)$, $\mathbf{s} = s\cdot s\cdot s \in T(s)$ notiert, sind
$F_{Go}(U_1) = \{1, R\cdot S, R^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}\cdot R, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}\cdot R^{-1}\cdot S, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot S, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot R\cdot S^{-1}\}$.
$F_{Go}(U_2) = \{1, R\cdot S, R^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot R, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot R^{-1}\cdot S, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}\cdot S, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}\cdot R\cdot S^{-1}\}$.
$F_{Go}(U_3) = \{1, R\cdot S, R^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}\cdot R, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}\cdot R^{-1}\cdot S, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot S, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot R\cdot S^{-1}\}$
$F_{Go}(U_4) = \{1, R\cdot S, R^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot R, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}^{-1}\cdot R^{-1}\cdot S, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}\cdot S^{-1}, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}\cdot S, \mathbf{r}^{-1}\cdot\mathbf{s}\cdot R\cdot S^{-1}\}$
Die G_0-Bahn von U_1 hat die Länge $\#G_0/9 = 6^8/9 = 4\cdot 6^6 = 186\,624$.
Diese Bahn enthält nur Superfixe, darunter das Urbeispiel $U_0 = w^{-1}U_1$, wobei $w = 1\cdot r\cdot r^{-1}\cdot 1\cdot s^{-1}\cdot s \in T(r)xT(s)$ die Transformation $U_1 = wU_0$ leistet. U_0 ist das erste von Arnold Schönhage gefundene Sudoku mit einer 9-elementigen Fixgruppe.